PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **30** (2002/2003)
Številka 3
Strani 152–154

Andrej Likar:

KOTALNO TRENJE

Ključne besede: fizika, kotalno trenje, zračni upor.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/30/1519-Likar.pdf

KOTALNO TRENJE

Pri obravnavi gibanja dvokolesa radi zanemarimo kotalno trenje v primeri z zračnim uporom. Res pri večjih hitrostih, denimo okrog 30 km/h, zračni upor prevlada nad trenjem in je zanemaritev upravičena. Pri manjših hitrostih je vpliv trenja relativno večji, ker zračni upor narašča s kvadratom hitrosti, trenje pa je od hitrosti neodvisno. Pokažimo, da je trenje kar pomemben faktor pri vožnji, še posebno, če vozimo s prenizkim tlakom v zračnicah.

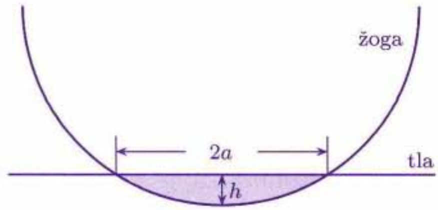
Podrobneje razmislimo, kaj se dogaja pri kotaljenju pnevmatike po površini ceste. Da bomo laže razmišljali, si najprej oglejmo kotaljenje žoge. Denimo, da je tlak v žogi p in da je njen plašč tanka elastična opna. Na stiku žoge z vodoravnimi gladkimi tlemi se opna deformira in na stiku privzame obliko tal. Polmer r stičnega kroga je odvisen od teže žoge F_g, veljati mora

$$p\pi r^2 = F_g \,,$$

saj pri kotaljenju navpična sila tal ves čas uravnoveša težo žoge. Površina deformirane žoge je nekaj manjša od površine krogle $4\pi R^2$, kjer smo z R označili njen polmer. Krogelna kapica, ki pri deformirani žogi manjka, ima nekaj večjo površino kot stični krog. Na obod stičnega kroga delujejo deli plašča, ki niso deformirani. Velikost te enakomerno porazdeljene sile je odvisna le od tlaka v žogi. Pri deformaciji ta sila poskrbi, da se plašč, ko prehaja iz ene oblike v drugo in nazaj, drgne ob tla in jo tako zavira.

Da pridemo do računske ocene vpliva tega trenja na gibanje, najprej izračunamo delo A zaradi trenja pri prehodu žoge iz prvotne oblike v deformirano in nazaj. Zelo lahko žogo v mislih obremenimo s silo F_g in jo nato razbremenimo. Verjamemo, da se pri kotaljenju dogaja nekaj podobnega, ko se del plašča na stiku s podlago izravna in potem spet izboči. Pri računu upoštevamo, da se napetost v plašču pri deformaciji ne spremeni in da se obodni deli deformiranega plašča najbolj podrgnejo ob tla. Do zaviralne sile F_k pridemo tako, da dobljeni izraz za delo A delimo s kosom prekotaljene poti $2a$, ko se izbrani del plašča izravna in potem spet izboči. V računu povežemo pot $2a$ in višino kapice h (slika 1), radij stičnega kroga $r = a$ in težo F_g ter upoštevamo znano zvezo med silo trenja pri drgnjenju $F_{tr} = k_{tr} F_p$, kjer sta k_{tr} koeficient trenja, F_p pa sila podlage na izbrani del plašča. Računu v podrobnostih ne bomo sledili, oglejmo si le rezultat

$$F_k = \frac{1}{9\pi} k_{tr} \frac{F_g^2}{pR^2} .$$



Slika 1. Deformacija žoge pri kotaljenju. Obremenjena žoga se na stiku s tlemi zravna.

Pnevmatika na kolesu ima obliko svitka (torusa) in ne krogle. To upoštevamo tako, da nadomestimo R^2 v zadnji enačbi z $r_1 r_2$, kjer je r_1 polmer kolesa, r_2 pa polmer prereza plašča.

Najprej opazimo, da v izrazu nastopa kvadrat teže F_g, ki jo nosi kolo. V nekaterih učbenikih avtorji vpeljejo koeficient kotalnega trenja kot razmerje med silo F_k in težo F_g,

$$k_{kt} = \frac{F_k}{F_g},$$

in navajajo, da je tako dobljeni k_{kt} precej manjši kot k_{tr}. Taka vpeljava je predvsem uporabna v primerih, ko se pri kotaljenju deformira podlaga, na primer pri vožnji jeklenega kolesa po mehki cesti. Takrat je sila kotalnega trenja res premo sorazmerna s težo, ki jo nosi kolo. V našem primeru vpeljava takega koeficienta ni smiselna, saj bi bil odvisen tudi od teže F_g. Kvadratična odvisnost sile trenja od teže spet kaže na prednost lahkih kolesarjev. Kaže tudi, da je pri zmanjšanju kotalnega trenja pomembna enakomerna obremenitev obeh koles. Če je namreč obremenjeno le eno kolo, se sila trenja poveča kar dvakrat v primeri z enakomerno obremenjenimi kolesi.

Na zmanjšanje trenja pa lahko vplivamo tudi s povečanjem tlaka p v zračnicah. Pri sodobnih kolesih, ki so predvidena za vožnjo po gladkih, asfaltnih cestah, je tlak v zračnicah med 3 in 5 bari, pri dirkalnih kolesih pa še večji. Seveda pa je vožnja po slabših cestah bolj udobna, če je tlak nekoliko manjši.

Primerjajmo silo kotalnega trenja in upor zraka pri kolesu. Za koeficient trenja med plaščem in asfaltno cesto privzamemo vrednost $k_{tr} = 1$, polmer kolesa $r_1 = 35$ cm, polmer prereza plašča $r_2 = 2{,}3$ cm, za tlak v zračnicah pa $p = 3$ bar. Teža kolesarja s kolesom naj bo 800 N, breme pa enakomerno razporejeno na obe kolesi. S temi podatki dobimo $F_k = 4{,}7$ N. Upor zraka je odvisen od hitrosti in ga ocenimo iz enačbe

$$F_u = \frac{1}{2}\varrho v^2 c_u S\,,$$

kjer je ϱ gostota zraka, $\varrho = 1{,}3\ \mathrm{kgm^{-3}}$, in c_u koeficient upora, ki je odvisen od oblike telesa, ki se giblje skozi zrak. Zanj privzamemo vrednost $c_u = 0{,}5$. Končno smo z S označili ploščino sence telesa, projicirane na zaslon, pravokoten na smer gibanja. Zanjo privzamemo vrednost $S = 0{,}6\ \mathrm{m}^2$. Pri hitrosti $v = 5\ \mathrm{ms}^{-1}$ (18 km/h), je $F_u = 5$ N, pri dvakrat večji hitrosti pa $F_u = 20$ N. Vidimo, da sta pri zmernih hitrostih sili primerljivi, pri večjih pa res prevladuje zračni upor.

Andrej Likar