

VIR: Poskusni kolokvij iz Linearne algebre, 7. naloga, š. l. 2005/06, Fakulteta za matematiko in fiziko, Praktična matematika, Univerza v Ljubljani.

Izračunaj lastne vrednosti in lastne vektorje matrike $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

REŠEVANJE BREZ RAČUNALNIŠKIH ORODIJ

- Najprej poiščemo karakteristični polinom matrike A tako, da izračunamo determinanto matrike $A - \lambda I$.

$$\det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} 2 - \lambda & -1 & 1 \\ 0 & -1 - \lambda & 0 \\ -2 & 0 & -1 - \lambda \end{vmatrix} = (2 - \lambda) \cdot (-1 - \lambda)^2 + 2 \cdot (-1 - \lambda) = -\lambda^3 + \lambda$$

- Lastne vrednosti matrike A so ravno ničle dobljenega karakterističnega polinoma.

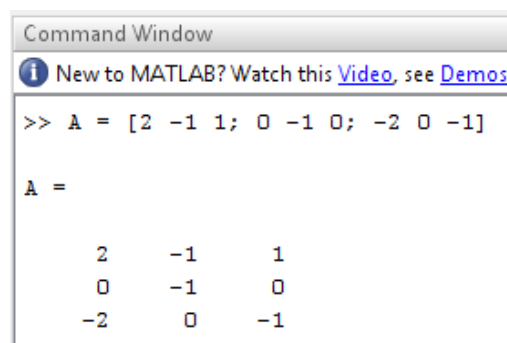
$$-\lambda^3 + \lambda = 0$$

$$-\lambda \cdot (\lambda^2 - 1) = 0$$

$$\lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = 1, \quad \lambda_3 = -1$$

REŠEVANJE Z RAČUNALNIŠKIMI ORODJI

Za reševanje te naloge sem uporabila Matlab. Najprej sem vnesla matriko A.



```
Command Window
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos.
>> A = [2 -1 1; 0 -1 0; -2 0 -1]

A =

     2     -1     1
     0     -1     0
    -2      0    -1
```

Nato sem v Matlab vnesla ukaz `[LasVek, LasVre] = eig(A)`, ki nam nam izpiše matriki iz katerih preberemo lastne vrednosti in lastne vektorje matrike A.

```
>> [LasVek, LasVre] = eig(A)

LasVek =

    0.707106781186547   -0.447213595499958         0
                   0                   0    0.707106781186548
   -0.707106781186547    0.894427190999916    0.707106781186547

LasVre =

     1     0     0
     0     0     0
     0     0    -1
```

Matriki LasVek ima po stolpcih lastne vektorje, matrika LasVre pa ima na diagonali pripadajoče lastne vrednosti matrike A.

Torej je rešitev naloge naslednja:

$$v_1 = (0.707106781186547, 0, -0.707106781186547), \lambda_1 = 1$$

$$v_2 = (-0.447213595499958, 0, 0.894427190999916), \lambda_2 = 0$$

$$v_3 = (0, 0.707106781186547, 0.707106781186547), \lambda_3 = -1$$