

VIR: Matematika, zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 1995-2006, Zaporedja in vrste, stran 169, naloga 26, Ljubljana 2006, Državni izpitni center.

Zaporedje ima splošni člen $a_n = \sin \frac{n\pi}{4}; n = 1, 2, 3 \dots$

- a) Zapišite natančne vrednosti prvih 8 členov zaporedja in jih seštejte.

REŠEVANJE BREZ RAČUNALNIŠKIH ORODIJ

Zapišemo natančne vrednosti prvih 8 členov zaporedja.

$$a_1 = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$a_2 = \sin \frac{\pi}{2} = 1$$

$$a_3 = \sin \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$a_4 = \sin(\pi) = 0$$

$$a_5 = \sin \frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$a_6 = \sin \frac{3\pi}{2} = -1$$

$$a_7 = \sin \frac{7\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$a_8 = \sin(2\pi) = 0$$

Seštejemo prvih 8 členov zaporedja in ugotovimo, da je ta vsota enaka 0.

$$s_8 = \sum_{n=1}^8 a_n = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + 0 - \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} + 0 = 0$$

REŠEVANJE Z RAČUNALNIŠKIMI ORODJI

Nalogo sem rešila s pomočjo Excela. V stolpec A sem vnesla vrednosti za n , ki je element naravnih števil. V stolpcu B pa se nahajajo $n - ti$ členi našega zaporedja. V polje B3 sem vnesla formulo za izračun $n - tega$ člena zaporedja.

B3	f_x	=SIN(A3*PI()/4)
----	-------	-----------------

To formulo sem nato skopirala navzdol po stolpcu B in tako dobila prvih 8 členov zaporedja.

	A	B
1		
2	n	a_n
3	1	0,707107
4	2	1,000000
5	3	0,707107
6	4	0,000000
7	5	- 0,707107
8	6	- 1,000000
9	7	- 0,707107
10	8	- 0,000000

Vsoto prvih 8 členov zaporedja pa sem dobila tako, da sem uporabila funkcijo SUM, na prvih 8ih členih zaporedja. Dobljena vsota je enaka že prej izračunani, torej je enaka 0.

f_x	=SUM(B3:B10)
D	
S8	
	- 0,000000

- b) Natančno izračunajte 1995. člen zaporedja.

REŠEVANJE BREZ RAČUNALNIŠKIH ORODIJ

1995. člen zaporedja izračunamo tako, da za n vzamemo 1995.

$$a_{1995} = \sin \frac{1995\pi}{4} = \sin \left(498\pi + \frac{3\pi}{4} \right) = \sin \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

REŠEVANJE Z RAČUNALNIŠKIMI ORODJI

Ta del naloge sem prav tako rešila z Excelom. Stolpca A in B sem samo podaljšala do 1995. člena in dobila rešitev $a_{1995} = 0.707107$. Rešitev je pravilna, saj $\frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0.707107$.

1990	1988	0,000000	
1991	1989	- 0,707107	
1992	1990	- 1,000000	
1993	1991	- 0,707107	
1994	1992	- 0,000000	
1995	1993	0,707107	
1996	1994	1,000000	
1997	1995	0,707107	

- c) Izračunajte vsoto prvih 1995 členov zaporedja.

REŠEVANJE BREZ RAČUNALNIŠKIH ORODIJ

$$s_{1995} = \sum_{n=1}^{1995} a_n = \sum_{n=1}^3 a_n = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2}$$

REŠEVANJE Z RAČUNALNIŠKIMI ORODJI

Podobno kot v točki a, sem označila prvih 1995. členov zaporedja in na njih uporabila funkcijo SUM. Dobila sem pravilen rezultat, saj $2.414214 \cong 1 + \sqrt{2}$.

f_x	=SUM(B3:B1997)
F	
	S1995
	2,414214