

VIR: Matematika, zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 1995-2006, Verjetnostni račun in statistika, stran 191, naloga 9, Ljubljana 2006, Državni izpitni center.

V posodi imamo 5 rdečih, 3 bele in 2 modri kroglici. Naključno izberemo 3 kroglice hkrati. Izračunajte verjetnost dogodkov: A-kroglice so različnih barv in B-vsaj ena kroglica je modra.

REŠEVANJE BREZ RAČUNALNIŠKIH ORODIJ

Torej skupaj imamo 10 kroglic. Najprej izračunamo koliko je vseh možnosti. To naredimo tako, da izračunamo $\binom{10}{3}$.

$$n = \binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{720}{6} = 120$$

Vseh možnosti je torej 120. Sedaj izračunamo na koliko načinov lahko izberemo 3 kroglice, da izberemo 3 različne kroglice. Torej izbrati moramo eno rdečo - $\binom{5}{1}$, eno belo - $\binom{3}{1}$ in eno modro kroglico - $\binom{2}{1}$.

$$m_A = \binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1} = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$$

3 različne kroglice lahko izberemo na 30 načinov. Sedaj pa izračunajmo kolikšna je verjetnost, da izžrebamo 3 različne kroglice. To naredimo tako, da število ugodnih možnosti delimo s številom vseh možnosti.

$$P(A) = \frac{m_A}{n} = \frac{30}{120} = \frac{1}{4} = 0.25$$

Verjetnost dogodka A je torej 25%. Zanima nas še kolikšna je verjetnost, da je vsaj ena izvlečena kroglica modra. Lažje bo izračunati nasprotni dogodek, torej da ne izvlečemo nobene modre kroglice. Izmed 8 belih in rdečih kroglic izberemo torej 3 kroglice.

$$m_{\bar{B}} = \binom{8}{3} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{336}{6} = 56$$

Na 56 načinov lahko izvlečemo kroglice tako, da ne izvlečemo nobene modre. Izračunajmo kolikšna je verjetnost, da se to zgodi.

$$P(\bar{B}) = \frac{m_{\bar{B}}}{n} = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \cong 0.467$$

Da izvemo, kolikšna je verjetnost, da izvlečemo vsaj eno modro kroglico samo še rešimo naslednje:

$$P(B) = 1 - P(\bar{B})$$

$$P(B) = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15} \cong 0.533$$

Verjetnost dogodka, da ne izvlečemo nobene modre kroglice je torej 53,3%.

REŠEVANJE Z RAČUNALNIŠKIMI ORODJI

Nalogo sem rešila s pomočjo Excela. Najprej sem izračunala število vseh možnosti, torej na koliko načinov lahko iz med 10-ih kroglic izvlečemo 3.. To sem storila s pomočjo ukaza COMBIN(n;m), ki nam izračuna vrednost $\binom{n}{m}$. V tem konkretnem primeru je $n = 10$ in $m = 3$. Dobimo rezultat 120.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E
1					
2	n				
3	120				

The formula bar at the top shows the formula for cell A3: `=COMBIN(10;3)`. An arrow points from the text "Vnesen ukaz in rešitev." to the formula bar.

Sedaj izračunamo na koliko načinov lahko izvlečemo kroglice tako, da so vse različne barve. To sem izračunala tako, da sem vnesla ukaz `COMBIN(5;1)*COMBIN(3;1)*COMBIN(2;1)`. Dobimo rezultat 30.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	n	m _A						
3	120	30						

The formula bar at the top shows the formula for cell B3: `=COMBIN(5;1)*COMBIN(3;1)*COMBIN(2;1)`. An arrow points from the text "Vnesen ukaz in rešitev." to the formula bar.

Verjetnost dogodka A izračunamo tako, da število ugodnih možnosti delimo s številom vseh možnosti. V Excelu torej vnesemo ukaz `B3/A3`, saj je v celici B3 shranjeno število ugodnih, v celici A3 pa število vseh možnosti. Dobimo rezultat $P(A) = 0.25$.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D
1				
2	n	m _A		P(A)
3	120	30		0,25

The formula bar at the top shows the formula for cell D3: `=B3/A3`. An arrow points from the text "Vnesen ukaz in rešitev." to the formula bar.

Zanima nas še verjetnost dogodka B , torej kolikšna je verjetnost, da izvlečemo vsaj eno modro kroglico. Izračunala sem najprej nasprotni dogodek B' , torej verjetnost, da ne izvlečemo nobene modre kroglice. Ugotovimo $P(B') = 0.467$.

C3					
fx =COMBIN(8;3)					
	A	B	C	D	E
1					
2	n	m _A	m _{B'}	P(A)	
3	120	30	56	0,25	

fx =C3/A3					
	D	E			
2	n	m _A	m _{B'}	P(A)	P(B')
3	120	30	56	0,25	0,467

Rešitev $P(B')=0.467$, ter ukaz kako smo jo dobili.

Verjetnost $P(B)$ pa dobimo iz formule $P(B) = 1 - P(B')$. Rezultat v našem primeru je $P(B) = 0.533$.

F3					
fx =1-E3					
	A	B	C	D	E
1					
2	n	m _A	m _{B'}	P(A)	P(B')
3	120	30	56	0,25	0,467

Rešitev $P(B)=0.533$, ter ukaz kako smo jo dobili.